

MODELADO DE LAS VELOCIDADES INTERNAS DE CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO DE FRUTOS. CASO: LIMÓN MEXICANO

MODELING OF THE HEATING AND COOLING INTERNAL RATES IN FRUITS. CASE: MEXICAN LIME

Salvador Valle-Guadarrama*, Rosa Lidia Hernández-Álvarez e Ignacio Covarrubias-Gutiérrez

Departamento de Ingeniería Agroindustrial, Universidad Autónoma Chapingo. Km. 38.5 Carr. México-Texcoco. 56230, Chapingo, Edo. de México. Tel: 01 (595) 952-1500 Ext. 5592.

* Autor para correspondencia (svalle@correo.chapingo.mx)

RESUMEN

Los tratamientos de calentado y enfriado son prácticas aplicadas con frecuencia a frutas cosechadas, para alargar su vida útil. En ambos casos es fundamental conocer el tiempo requerido para que el centro del material alcance una temperatura determinada. El objetivo de este trabajo consistió en desarrollar una metodología confiable para la determinación del tiempo de calentamiento o enfriamiento en frutas, que aporte elementos que permitan mejorar su manejo postcosecha. Se tomó como sujeto de estudio al fruto de limón mexicano [*Citrus aurantifolia* (Christm.) Swingle]. Se hizo un modelado de los mecanismos de conducción y convección de calor que se producen en el interior del fruto y entre éste y el medio circundante, respectivamente. Los modelos sirvieron para determinar el coeficiente de difusividad térmica del sistema de estudio, que resultó igual a $10.2 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, y el coeficiente de convección térmica del proceso que varió entre 19 y $58 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Se definió también que el tiempo de acondicionamiento de la temperatura es mínimo si el aire en contacto con el fruto se desplaza con velocidad de 3.7 m s^{-1} .

Palabras clave: *Citrus aurantifolia*, coeficiente de convección térmica, difusividad térmica, tiempos de calentamiento y enfriamiento.

SUMMARY

Heating and cooling treatments are frequently applied to harvested fruits to extend their shelf life. In both cases it is fundamental to know the time required to reach certain temperature at the center of the material. In this work we developed a reliable methodology to determine the heating or cooling time in fruits and for providing elements that allow improving their postharvest management. The mexican lime [*Citrus aurantifolia* (Christm.) Swingle] fruit was taken as study subject. A modeling of the heat conduction and convection mechanisms occurring inside the fruit and between it and the external environment, was developed. Models determined a thermal diffusivity coefficient of $10.2 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ and a thermal convection coefficient ranging between 19 and $58 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. The models predicted that the time for temperature conditioning is minimal if the air in contact with the fruit is moving at 3.7 m s^{-1} .

Index words: *Citrus aurantifolia*, thermal convection coefficient, thermal diffusivity, modeling, heating and cooling time.

INTRODUCCIÓN

El enfriado y el calentado son tratamientos comunes que se aplican a frutos cosechados para prologar su vida útil y como tratamientos sanitarios. En el primer caso, se busca la eliminación rápida del calor de campo y disminuir el metabolismo (Brosnan y Sun, 2001); en el segundo, el propósito es eliminar insectos, controlar enfermedades y reducir la incidencia de daños por frío (Paull y Chen, 2000; Erkan *et al.*, 2005). En ambas situaciones la temperatura de zonas periféricas cambia más rápido que la del centro del producto, por la resistencia que ofrece el tejido a la transferencia de calor, lo que hace que el control del proceso se enfoque a dicha región central.

El estudio de tiempos de calentamiento o enfriamiento se realiza con frecuencia en forma experimental: se registran datos de la cinética de cambio de la temperatura del centro del producto y se aplican rutinas de regresión para determinar los parámetros característicos (Brosnan y Sun, 2001; Wang *et al.*, 2001). La limitante de esta metodología es que los resultados se aplican sólo en las condiciones que prevalecen durante su determinación y no permiten predecir el comportamiento del producto en situaciones diferentes. Un método más robusto consiste en estudiar los mecanismos de transferencia de energía que propician el cambio de temperatura; así, si un fruto se expone a un medio con otra temperatura, se produce un intercambio de calor entre zonas internas y superficiales (fenómeno conductivo), y entre éstas y el medio externo (fenómeno convectivo) (Wang *et al.*, 2001). Estos dos mecanismos

constituyen resistencias al flujo de la energía, y generalmente una de ellas es la que determina la velocidad del proceso y el tiempo de calentamiento o enfriamiento del producto (Wang y Sun, 2002; Becker y Fricke, 2004).

La conducción de calor es un mecanismo que depende del coeficiente de difusividad térmica. Este parámetro puede determinarse por medio de la composición en agua, carbohidratos, proteínas y grasa del producto (Rao y Rizvi, 1986), o bien a través de la caracterización del propio proceso de transferencia (Valle-Guadarrama *et al.*, 2005). Por otro lado, el mecanismo de convección depende de la velocidad del fluido de enfriamiento o calentamiento, las propiedades del mismo, la geometría y rugosidad del producto con el que se intercambia energía y la geometría del empaque (Becker y Fricke, 2004). Se han reportado modelos sobre esta relación para condiciones generalizadas (McAdams, 1954; Holman, 1986), pero, éstas pueden diferir con las condiciones reales y, por tanto, son de aplicación limitada, lo que significa que es necesario disponer de una metodología confiable que permita una caracterización directa del proceso.

El objetivo de este trabajo fue modelar el calentamiento y enfriamiento de frutos, a través de la caracterización de los mecanismos de transferencia de calor involucrados, con el fin de estimar adecuadamente el tiempo de proceso y aportar elementos para mejorar el manejo postcosecha. Se ha tomado como caso de estudio al fruto de limón mexicano [*Citrus aurantifolia* (Christm.) Swingle] porque es un producto de importancia económica para México y porque su forma esférica permite una representación sencilla del proceso de transferencia energética.

MATERIALES Y MÉTODOS

Modelado de los mecanismos de transferencia de calor

Para modelar los mecanismos de transferencia de calor se partió de los siguientes supuestos: que el fruto es de forma esférica, que la producción o consumo de energía, por causas de reacciones metabólicas, no es relevante durante el periodo de calentamiento o enfriamiento, que en el interior el calor se transfiere sólo por conducción y que se trata de un material homogéneo en todas sus secciones. Asimismo, se consideró que, con excepción de la dirección del flujo de calor, los procesos de calentamiento y enfriamiento fueron semejantes. En este contexto, un balance de energía aplicado a la región interna donde el calor fluye por conducción, se representa con la ecuación (Carslaw y Jaeger, 1959):

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \left[\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \tag{Ec. 1}$$

Donde T es temperatura ($^{\circ}\text{C}$), r es una distancia sobre el radio (m), t es tiempo (s) y α es el coeficiente de difusividad térmica ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$).

La sección más externa del fruto constituye una región frontera, donde el calor fluye por convección entre la superficie y el medio externo, y por conducción en el propio tejido. La Ec. 1 no es aplicable a esta zona porque no incorpora el mecanismo convectivo. Para este caso el balance de energía señala que la diferencia entre la velocidad de ingreso por conducción a esa región frontera desde zonas más internas y la velocidad de egreso por convección, es igual a la velocidad con que la energía se acumula, según la ecuación:

$$-k A_{fi} \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_0} - h A_{fe} (T_{ro} - T_e) = m C_{ptej} \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{r_0} \tag{Ec. 2}$$

donde h es un coeficiente de convección de calor ($\text{W m}^{-2} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$), k es un coeficiente de conductividad térmica del elemento de tejido frontera ($\text{W m}^{-1} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$), C_{ptej} es el calor específico del tejido del fruto, r_0 (m) es el radio del fruto, Δr (m) es el espesor de la región frontera, A_{fe} y A_{fi} son las áreas (m^2) superficiales externa e interna de la misma, evaluadas como $[4\pi r_0^2]$ y $[4\pi (r_0 - \Delta r)^2]$, respectivamente, T_e es la temperatura ($^{\circ}\text{C}$) del medio externo y T_{ro} es la temperatura ($^{\circ}\text{C}$) en la superficie externa del fruto. Asimismo, la masa m (kg) del elemento de tejido considerado como región frontera es equivalente al producto de su densidad (ρ_{tej}) y su volumen (V_{tej}), y puede calcularse como $\left\{ (4/3)\pi \rho_{tej} [r_0^3 - (r_0 - \Delta r)^3] \right\}$. Al sustituir estas definiciones en la Ec. 2 se obtuvo la Ec. 3:

$$\begin{aligned} r_0^2 h (T_e - T_{ro}) + k (r_0 - \Delta r)^2 \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r_0} \\ = \left(\frac{\rho_{tej} C_{ptej}}{3} \right) [r_0^3 - (r_0 - \Delta r)^3] \left. \frac{\partial T}{\partial t} \right|_{r_0} \end{aligned} \tag{Ec. 3}$$

Las Ecs. 1 y 3 se resolvieron por el método de diferencias finitas (Holman, 1986), y se obtuvieron las Ecs. 4 y 5, correspondientes a un elemento de tejido interno y a la región frontera, respectivamente, donde F_0 es el módulo de Fourier (adimensional) descrito por la Ec. 6 (Holman,

1986), donde también se explica la definición de la difusividad térmica α ($m^2 s^{-1}$):

$$T_r^{t+\Delta t} = T_r^t + Fo \left[T_{r+1}^t + T_{r-1}^t - 2T_r^t + \left(\frac{2\Delta r}{r} \right) (T_{r+1}^t - T_r^t) \right] \quad (Ec. 4)$$

$$T_{ro}^{t+\Delta t} = T_{ro}^t + \left[\frac{3}{r_o^3 - (r_o - \Delta r)^3} \right] \left[\frac{r_o^2 h \Delta t (T_e - T_{ro}^t)}{\rho_{tej} C_{p_{tej}}} + F_o (r_o - \Delta r)^2 \Delta r (T_{ro-1}^t - T_{ro}^t) \right] \quad (Ec. 5)$$

$$Fo = \left(\frac{k}{\rho_{tej} C_{p_{tej}}} \right) \left[\frac{\Delta t}{(\Delta r)^2} \right] = \frac{\alpha \Delta t}{(\Delta r)^2} \quad (Ec. 6)$$

Con la transformación de las Ecs. 1 y 3 en las Ecs 4 y 5 se definió al fruto como un sistema nodal, formado por un conjunto de esferas concéntricas, donde la superficie de cada esfera constituye un nodo y la diferencia entre los radios de dos esferas contiguas es Δr . Cuando un nodo fue seleccionado para análisis, T_r^t definió su temperatura a un tiempo t ; asimismo, T_{r+1}^t y T_{r-1}^t definieron las temperaturas de los nodos adyacentes al nodo de análisis, en los lados externo e interno del mismo, respectivamente, también a un tiempo t . $T_r^{t+\Delta t}$ representó la temperatura del nodo de análisis al tiempo $(t+\Delta t)$, donde Δt es un intervalo de tiempo (s) denominado tamaño de paso.

Observación experimental del calentamiento y enfriamiento de frutos

Se usaron frutos de la región de Apatzingán, Michoacán, que tenían 24 h de haber sido cosechados (25 de julio de 2005). Se diseñaron dos arreglos experimentales de características muy distintas, para identificar la dependencia de los parámetros térmicos con la geometría del proceso. En el experimento uno (calentamiento en convección natural) se colocaron frutos individuales en recipientes que contenían aire; éstos se sumergieron por 2 h en agua con hielo y después en agua caliente a 47 °C en un baño maría. Desde este momento fueron registradas las temperaturas en el aire del recipiente, en la superficie externa del fruto y en el centro de éste, a intervalos de 10 s por 90 min. En el experimento dos (enfriamiento en convección forzada) se usaron frutos temperizados (almacenamiento por 12 h a 33 °C), que fueron colocados individualmente en un túnel de aire forzado con velocidad de 4.43 ± 0.05

$m s^{-1}$, y temperatura de $9 \text{ °C} \pm 1 \text{ °C}$, para que fueran registradas las temperaturas en el aire, en la superficie externa del fruto y en el centro del mismo, a intervalos de 10 s, también por 90 min. Ambos experimentos se aplicaron por quintuplicado y la unidad experimental estuvo integrada por un fruto.

La temperatura se midió con un sistema de adquisición de datos LabPro™ (Vernier Software & Technology, EE.UU.) conectado a un equipo de cómputo y provisto de termopares como sensores. Para la temperatura del centro, el termopar se insertó en el tejido y la distancia de penetración se verificó con un vernier. Para la temperatura de la superficie externa se colocó el sensor en contacto con la epidermis con sujetadores que impidieron un desprendimiento. La temperatura del aire se registró a 3 cm de la superficie del fruto. En la convección forzada el túnel se formó con un tubo de PVC de 10.16 cm de diámetro y 3 m de longitud; en dicho túnel se hizo circular aire con un ventilador axial y el fruto se mantuvo estático en el interior, a una distancia de 2 m del punto de entrada del fluido, con lo que se aseguró una estabilización del flujo.

Evaluación de los coeficientes de difusividad térmica y de convección térmica

Se aplicó la metodología de Valle-Guadarrama *et al.* (2005) para la determinación de un parámetro de difusividad; para esto se probaron 19 valores de α en el rango de 1×10^{-8} a $19 \times 10^{-8} m^2 s^{-1}$ donde, de acuerdo con Wang *et al.* (2001), se ubica la difusividad térmica de tejidos de frutas. Cada valor se sustituyó en la Ec. 4 y con ella se simuló la historia de cambio de temperatura en los distintos nodos, para las mismas condiciones de los procesos experimentales. Para identificar el valor correcto de α se eligió: un tiempo de referencia (t_{ref} igual a 25 min en el experimento uno y 10 min en el experimento dos) y un nodo de referencia (centro del fruto).

El valor de temperatura simulado para estos referentes se comparó con el obtenido en forma experimental y el valor de α que hacía coincidir la temperatura calculada con la experimental se consideró el intrínseco al fruto analizado. El método se desarrolló en una hoja electrónica con Δr y Δt iguales a 0.5 mm y 1 s, respectivamente. La condición térmica inicial del fruto se tomó del comportamiento experimental, el cual correspondió a un perfil entre la temperatura del centro y la de la superficie externa. Como se desconocía el coeficiente de convección, se usó como condición en la frontera al perfil de cambio experimental de la temperatura en la superficie externa de la epidermis (nodo r_o), ajustada a la Ec. 7 mediante regresión, donde T_{ro} y T_{ro}^0 son temperaturas de la superficie del fruto a un

tiempo t y al inicio del experimento ($t=0$), respectivamente, y k_1 (s^{-1}) y k_2 ($^{\circ}C$) son constantes características del proceso.

$$T_{r_0} = T_{r_0}^0 + k_2 [1 - \exp(-k_1 t)] \quad (\text{Ec. 7})$$

Con el método de diferencias finitas, si Fo adopta valores altos pueden aparecer síntomas de inestabilidad en el cálculo numérico que sugieren flujos de calor de zonas de menor temperatura a otras de mayor temperatura, lo que conduce a resultados erróneos (Holman, 1986). Durante el uso de los modelos se identificó que Fo no debía exceder el valor de 0.4 y, cuando en la búsqueda del valor correcto de α se generaban valores mayores a dicho límite, Δt se modificó a 0.5 s.

El coeficiente de convección térmica h se obtuvo de la Ec. 5. Con objeto de generalizar la metodología para su determinación, se restringió la información experimental y se usó sólo la temperatura del medio externo T_e (que se tomó como el promedio de las observaciones registradas experimentalmente) y la historia de cambio de temperatura del centro del fruto. La difusividad térmica α , asociada al módulo de Fourier (Fo), tomó el valor determinado en la etapa anterior. Para conocer la temperatura de los nodos r_0 y ($r_0-\Delta r$) (superficie exterior del fruto y nodo interno inmediato a ella) se usó la Ec. 4 (que se hizo explícita para T_{r+1}^t), donde a partir de la información experimental del centro del material se determinó la temperatura en todos los nodos, como función del tiempo, y de los resultados se obtuvo el perfil de cambio de la temperatura de los dos nodos exteriores. La densidad (ρ_{rej}) se determinó con la masa del fruto y su volumen; el Cp_{rej} se tomó como $3809.26 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^{\circ}C^{-1}$ (Althouse *et al.*, 1996); Δr fue de 0.5 mm y Δt se tomó como 2.5 s. En esta rutina se usaron valores de Fo tan altos como 1.177 sin la presencia de síntomas de inestabilidad en el cálculo numérico. Por otro lado, la determinación de α y h fue congruente con un diseño completamente al azar con dos tratamientos que se aplicaron por quintuplicado y los datos se sometieron a un análisis de varianza y comparación de medias con la prueba de Tukey (SAS Institute, 1989).

Validación del modelo

Metodologías. Se aplicaron dos criterios de validación. En el primero, para cada fruto se comparó el conjunto de datos obtenidos por simulación con los obtenidos experimentalmente (Wang *et al.*, 2001). El segundo criterio correspondió a una validación teórica (Wang *et al.*, 2001; Abbaspour-Fard, 2004), donde los datos provenientes de la simulación fueron comparados con información obtenida

de diagramas de Gurney-Lurie que representan soluciones teóricas de las Ecs. 1 y 3 (Holman, 1986). En ambos casos se aplicó un análisis estadístico y de comparación de medias (Tukey, 0.05), donde la igualdad en el comportamiento de los conjuntos comparados señalaba la validez del modelo.

Rutinas de simulación. Se simuló el cambio de temperatura del fruto a partir de los valores de α y h determinados, T_e , diámetro y peso de fruto, Cp_{rej} (igual a $3809.26 \text{ J kg}^{-1} \text{ }^{\circ}C^{-1}$) y una condición inicial de temperatura (t_0, T_{fruto}^0). Se aplicaron, en secuencia, las Ecs. 5 y 4 para construir la condición térmica ($t_1=t_0+\Delta t, T_{fruto}^1$), que a su vez se usó para construir la correspondiente a ($t_2=t_1+\Delta t, T_{fruto}^2$) y así sucesivamente, hasta completar 90 min. Como resultado de esta simulación se tomó a la historia de cambio de la temperatura del centro del fruto. Este mismo ejercicio se hizo con los diagramas de Gurney-Lurie para una geometría esférica con punto de análisis en el centro de la misma.

Efecto de la condición inicial. La simulación teórica supone una temperatura inicial homogénea en todo el fruto. Por esto, la simulación basada en el modelo se realizó con la suposición de isotropía térmica inicial. Sin embargo, esto puede no corresponder a una condición real donde la temperatura del centro del fruto puede diferir del valor en la superficie al inicio de un proceso. Para valorar este hecho se estimó el perfil térmico inicial (lo que se llamó ‘condición inicial calculada’), mediante la rutina descrita para el cálculo de h con información experimental del centro del fruto, y se obtuvo un segundo conjunto de datos de simulación basado en dicha condición inicial calculada.

Análisis de datos. Cada historial térmico se ajustó mediante regresión a un modelo del tipo de la Ec. 7 para obtener, mediante la Ec. 8, el coeficiente de calentamiento o enfriamiento (representado por la constante k_1), el tiempo medio ($t_{1/2}$) y el tiempo 7/8 de calentamiento o enfriamiento ($t_{7/8}$) (con $k_3=2$ para $t_{1/2}$ y $k_3=8$ para $t_{7/8}$; Brosnan y Sun, 2001), que constituyeron variables respuesta.

$$t = \left(\frac{1}{k_1} \right) \ln k_3 \quad (\text{Ec. 8})$$

Se hizo un análisis de varianza congruente con un arreglo factorial 2×4 alojado en un diseño completamente al azar, con tratamientos evaluados por quintuplicado. Un factor fue integrado por la geometría con dos niveles (calentamiento y enfriamiento), mientras que el otro fue la metodología de construcción de la cinética de cambio de

temperatura del centro del fruto, con cuatro niveles (comportamiento experimental, simulación con condición inicial calculada, simulación con condición inicial constante y simulación teórica).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Coefficientes de difusividad térmica (α) y de convección térmica (h)

Se encontró que el valor del coeficiente de difusividad térmica α afecta la velocidad de cambio de temperatura en el interior de frutos de limón mexicano. La Figura 1 presenta dicha relación para el caso de la región central de dos frutos, uno sometido a calentamiento y el otro a enfriamiento, y señala el uso de la información experimental para identificar el valor correcto de α , que resultó de $10.03 \times 10^{-8} \pm 0.73 \times 10^{-8}$ y $10.38 \times 10^{-8} \pm 0.39 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ para los experimentos de calentamiento y enfriamiento, respectivamente. La prueba de Tukey reportó un valor para la diferencia significativa honesta (DSH) de $2.034 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ y en tal sentido, se consideró que α es una constante ($P \leq 0.05$) con valor promedio de $10.2 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, para el rango de temperaturas manejado y es independiente de la geometría del proceso. Por otro lado, con el método de Rao y Rizvi (1986), basado en la cantidad de agua, carbohidratos, proteínas y lípidos del fruto de limón mexicano, tomado como modelo, se obtuvo el valor de $13.85 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ que resultó muy semejante a los valores del presente trabajo. También Wang *et al.* (2001) señalaron que en general las frutas tienen valores aproximados de α de $16.0 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

Con respecto al coeficiente de convección térmica h , se encontraron valores de $19.51 (\pm 1.81)$ y $57.44 (\pm 2.64) \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ para el calentamiento en convección natural (experimento uno) y el enfriamiento en convección forzada (experimento dos), respectivamente. Para este caso, la DSH fue de $9.031 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$, lo que indica que el intercambio de calor entre el fruto y su entorno ocurre a mayor velocidad en la convección forzada en relación a la condición de convección natural ($P \leq 0.05$). Los resultados de este parámetro y los relativos a α mostraron una variabilidad baja (coeficientes de variación iguales a 13.67 y 13.14 %, respectivamente), lo que indica que el método operó con una reproducibilidad adecuada. De acuerdo con Wang *et al.* (2001), el mecanismo convectivo de la geometría de túnel de aire forzado usada en el experimento dos se puede representar con la Ec. 9, donde d es el diámetro de una esfera, v es la velocidad lineal del aire y k_f , ρ_f y μ_f son conductividad térmica, densidad y viscosidad de dicho fluido. La aplicación de esta relación con la información del presente trabajo produjo un valor para h igual a 59.31

$\pm 0.50 \text{ W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ que resultó muy similar al determinado con la metodología aquí empleada.

$$h = 0.34 \left(\frac{k_f}{d} \right) \left(\frac{v \cdot d \cdot \rho_f}{\mu_f} \right)^{0.6} \tag{Ec. 9}$$

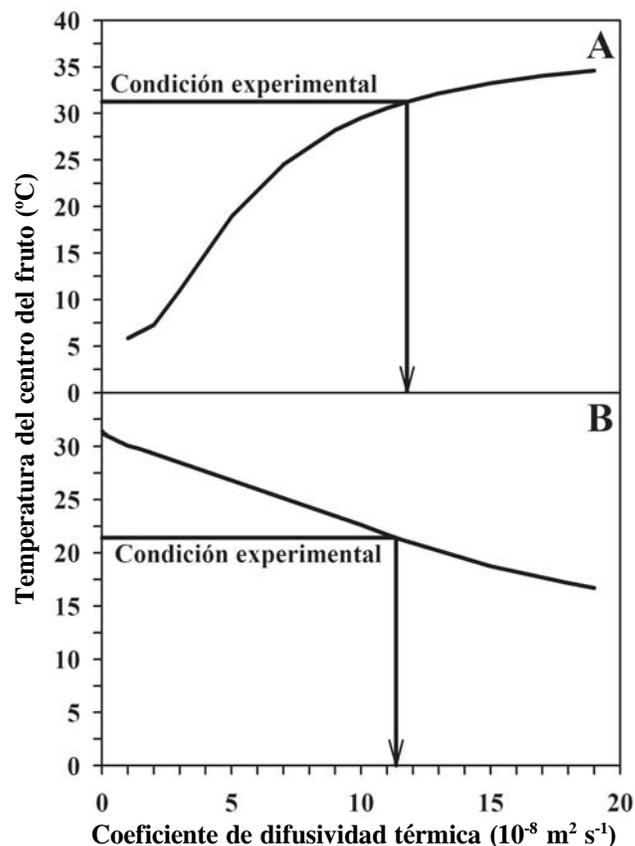


Figura 1. Efecto simulado de la difusividad térmica sobre la temperatura del nodo central de un fruto de limón mexicano al cumplir 25 min en un calentamiento en convección natural (A) y 10 min en un enfriamiento en convección forzada (B). Las flechas señalan valores de difusividad térmica que corresponden a los datos experimentales.

Validación del modelo

La Figura 2 muestra el comportamiento típico, experimental o simulado, obtenido con los procedimientos descritos para las dos geometrías estudiadas; se demostró una diferencia significativa en el coeficiente k_1 correspondiente a los dos procesos manejados (calentamiento en convección natural y enfriamiento en convección forzada), y cuando este parámetro fue mayor los tiempos de cambio de temperatura $t_{1/2}$ y $t_{7/8}$ fueron menores (Cuadro 1). Esto fue congruente con la diferencia encontrada en los coeficientes de convección. En todos los ensayos se encontró una

igualdad entre las medias de dos conjuntos de datos. Primero, el comportamiento experimental fue equivalente al obtenido con una simulación con condición inicial calculada; segundo, el comportamiento teórico fue semejante al de una simulación con condición inicial constante. Esto significa que los modelos desarrollados y las metodologías derivadas son válidos ya que cumplieron completamente con los criterios establecidos para esto (Wang *et al.*, 2001; Abbaspour-Fard, 2004). El análisis mostró que una condición térmica homogénea inicial puede incrementar el tiempo de acondicionamiento de la temperatura del centro, pero la diferencia respecto al tiempo requerido cuando existe un perfil inicial de temperaturas al interior del fruto no es significativa ($P \leq 0.05$; Cuadro 1).

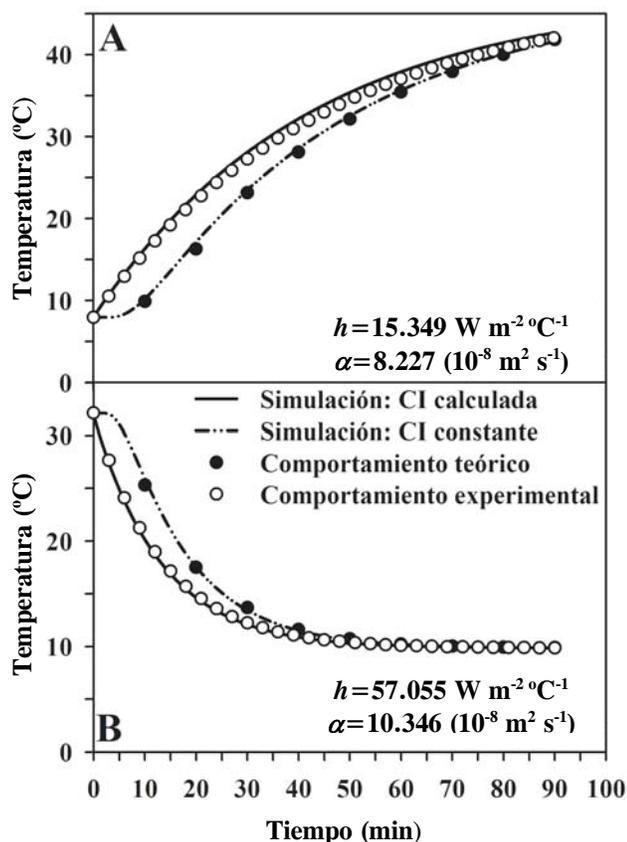


Figura 2. Historia típica de cambio de temperatura del centro de los frutos de limón mexicano referida a procesos de calentamiento en convección natural (A), y enfriamiento en convección forzada (B), obtenidas en forma experimental por medio de simulación con una condición inicial (CI) calculada, por simulación con una condición inicial (CI) constante y por procedimientos teóricos. La letra α representa un coeficiente de difusividad térmica ($\text{m}^2 \text{ s}^{-1}$) y h un coeficiente de convección térmica ($\text{W m}^{-2} \text{ °C}^{-1}$).

El modelado de la transferencia de calor al interior de un fruto de limón mexicano se basó en cuatro suposiciones; 1). Que el sistema de estudio era de forma esférica; 2). Que la producción o consumo de energía por causas de reacciones metabólicas no era relevante durante el periodo

de cambio de temperatura; 3). Que en el interior del fruto el calor se transfería sólo por conducción; y 4). Que se trataba de un material homogéneo en todas sus secciones. La validez del modelo implica, por un lado, que estos planteamientos son correctos, y por otro, que la aplicación no se restringe al caso de limón mexicano y puede ser adecuada para cualquier otro fruto que presente características similares.

Análisis de resistencias de transferencia energética y determinación de condiciones de proceso

La determinación de h se basó en el estudio del cambio de la temperatura del fruto con el tiempo. En estos casos se deben considerar dos posibles situaciones: procesos con número de Biot bajo ($Bi \leq 0.1$) y alto ($Bi > 0.1$) (Becker y Fricke, 2004). El número de Biot (Bi , adimensional) es el cociente entre dos resistencias al flujo de calor, la externa (convectiva) y la interna (conductiva), y se determina como $[(hr_0)/k]$ (Holman, 1986). Cuando Bi es bajo, la resistencia conductiva interna no es significativa, la temperatura interior es casi uniforme y el proceso se determina por el mecanismo convectivo. En contraste, cuando Bi es alto, pueden ocurrir gradientes de temperatura grandes y la resistencia conductiva interna constituye la etapa limitante (Becker y Fricke, 2004).

Con los valores de k (obtenidos de α , Ec. 6), h y las dimensiones de los frutos (radio entre 19 y 23 mm), se determinó que el Bi fue 1.045 ± 0.183 en el experimento uno (convección natural; aire casi estático) y 3.160 ± 0.445 en el experimento dos (convección forzada; aire a velocidad de 4.43 m s^{-1}); estos valores indican que la tasa de cambio de la temperatura de un fruto de limón es poco dependiente de la geometría de contacto aire-fruto y que la etapa determinante está dada por la transferencia de calor en el interior del producto. No obstante que el primer experimento trata de un calentamiento y el segundo de un enfriamiento, ambos representan cinéticas de cambio de temperatura y la única diferencia entre ellos es la velocidad del aire circundante, además de la dirección del flujo de calor. Dado que la difusividad térmica es una constante, el incremento en Bi obedece al incremento en h , que es dependiente de la velocidad del aire y, para el caso de un proceso con geometría semejante a la del experimento dos, la relación está representada por la Ec. 9.

En este contexto, si h se determina con ese modelo y se usa junto con α para simular un enfriamiento con los procedimientos desarrollados, se obtiene que el $t_{7/8}$ varía con

Cuadro 1. Valores de los parámetros correspondientes al modelo de predicción de la historia de cambio de la temperatura del centro geométrico del fruto, evaluada por cuatro procedimientos en dos tipos de geometrías de contacto aire-fruto.

Factor	Nivel	k_1 (min ⁻¹) ⁺	$t_{1/2}$ (min) ⁺⁺	$t_{7/8}$ (min) ⁺⁺⁺
Factor A. Geometría				
	A.1. Proceso 1 ^{ℓℓ}	0.0275 b [‡]	28.482 a	85.4470 a
	A.2. Proceso 2	0.0613 a	11.787 b	35.3620 b
	DSH ^{††}	0.0045	4.8477	14.5430
Factor B. Método de evaluación de la historia de cambio de la temperatura del centro del fruto				
	B.1. Experimental	0.0506 a [‡]	16.8480 b	50.54 b
	B.2. Simulación: CI ^{ℓℓℓ} calculada	0.0535 a	16.0640 b	48.19 b
	B.3. Simulación: CI constante	0.0404 b	21.2420 ab	63.73 ab
	B.4. Simulación teórica	0.03365 b	26.3860 a	79.16 a
	DSH	0.00847 b	9.1189	27.36
C V (%)		15.56	37.3	37.3
Interacción (A x B)		ns	ns	ns

⁺ k_1 : Coeficiente de calentamiento o enfriamiento; ⁺⁺ $t_{1/2}$: Tiempo medio de calentamiento o enfriamiento; ⁺⁺⁺ $t_{7/8}$: Tiempo 7/8 de calentamiento o enfriamiento; [‡]Medias con letras iguales entre niveles, al interior de cada factor, no son estadísticamente diferentes (Tukey, 0.05); ^{††}DSH: Diferencia significativa honesta relativa a la comparación de medias de niveles al interior de cada factor; ns: No significativa ($P \leq 0.05$); ^{ℓℓ}Proceso 1 = Calentamiento en convección natural; Proceso 2 = Enfriamiento en convección forzada; ^{ℓℓℓ}CI = Condición inicial (calculada o constante).

la magnitud de flujo de aire, en la forma descrita por la Figura 3, donde se observa que a partir de cierto valor de la velocidad del fluido, que puede ser llamada ‘velocidad máxima útil’ (v_{mu} en m s⁻¹), el tiempo de enfriamiento se hace constante. Por otro lado, la misma figura sugiere que el valor de la v_{mu} se reduce a medida que aumenta el tamaño del fruto, lo cual fue también observado por Wang y Sun (2002) en un estudio del proceso de enfriamiento de trozos de carne. Dado el carácter logarítmico implícito, la relación entre $t_{7/8}$ y la velocidad del aire se puede representar por la Ec. 10, y de ésta se obtiene la Ec. 11 para el cálculo de la v_{mu} (Banks y Nicholson, 2000):

$$t_{7/8} = t_{7/8}^0 + k_5 [1 - \exp(-k_4 v)] \tag{Ec. 10}$$

$$v_{mu} = \left(\frac{1}{k_4} \right) \ln 100 \tag{Ec. 11}$$

En estas relaciones $t_{7/8}^0$ es el tiempo 7/8 para una condición de aire estático ($v=0$) y k_4 (s m⁻¹) y k_5 (s) son constantes características del proceso. A partir de los análisis desarrollados se encontró que v_{mu} es igual a 3.69, 3.60 y 3.44 m s⁻¹ para frutos de 3.5, 4.0 y 4.5 cm, respectivamente. Estos criterios también son aplicables a un proceso de calentamiento, lo que significa que un fruto puede alcanzar las condiciones del medio entre 25 y 43 min (Figura 3), siempre y cuando el aire en contacto con el fruto tenga velocidades similares a la v_{mu} . Para el caso del enfriamiento, como al interior de una unidad comercial de empaque pueden existir frutos de distintos tamaños, se recomienda usar una velocidad de aire de 3.7 m s⁻¹ en la vecindad del fruto (dentro del empaque), para minimizar el tiempo de proceso. Sin embargo, el arreglo geométrico que define el contacto aire-fruto en empaques comerciales es distinto al que se utilizó en el experimento dos. Alvarez y Flick (1999) mostraron que al interior de una caja de empaque el flujo es muy heterogéneo, pues se desarrolla en un medio que se ha denominado macroporoso y difiere de un flujo pistón como el que ocurre en un túnel de aire forzado, lo que sugiere que la velocidad del aire puede reducirse significativamente y el tiempo de enfriamiento puede diferir a lo mostrado por la Figura 3. En tales situaciones h no se puede obtener por una relación como la Ec. 9 y debe seleccionarse o desarrollarse otra que efectúe una determinación adecuada. Aunque se han propuesto correlaciones para el cálculo de h en camas empacadas (Xu y Burfoot, 1999), los modelos generalizan las condiciones del interior de los empaques y, debido a esto, la habilidad

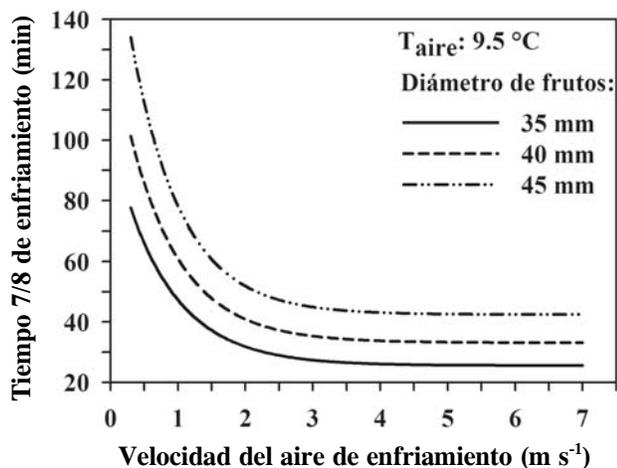


Figura 3. Efecto de la velocidad del aire circundante sobre el tiempo requerido para 7/8 de enfriamiento de un fruto de limón mexicano de distintos tamaños.

de predicción de cualquier modelo se deberá verificar en términos de las características del sistema particular de estudio.

CONCLUSIONES

Se estudiaron los mecanismos de transferencia de calor asociados a procesos de cambio de temperatura de frutos de limón mexicano y fueron representados por medio de modelos matemáticos. Estos últimos resultaron válidos y demostraron su capacidad para determinar adecuadamente el coeficiente de difusividad térmica α y el coeficiente de convección térmica h . El valor de α fue $10.2 \times 10^{-8} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ y resultó constante independientemente de la estructura del proceso usado para inducir un cambio de temperatura. En contraste, h varió entre 19 y 58 $\text{W m}^{-2} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ y mostró una dependencia con las características del proceso. Los modelos mostraron ser los adecuados para representar procesos de calentamiento o enfriamiento de frutos de limón mexicano. Para este caso específico, permitieron determinar que el tiempo de acondicionamiento de la temperatura es mínimo si el aire en contacto con el fruto se desplaza con velocidad de 3.7 m s^{-1} y que el uso de un valor mayor no reduce el tiempo de calentamiento o enfriamiento, en tanto que uno menor causa un incremento en la duración del proceso.

BIBLIOGRAFÍA

Abbaspour-Fard M H (2004) Theoretical validation of a multisphere, discrete element model suitable for biomaterials handling simulation. *Biosyst. Eng.* 88:153-161.

Althouse A D, C H Turnquist, A F Bracciano (1996) Modern Refrigeration and Air Conditioning. The Goodheart-Willcox Company Inc. Illinois, USA. 1216 p.

Alvarez G, D Flick (2001) Analysis of heterogeneous cooling of agricultural products inside bins. Part I: aerodynamic study. *J. Food Eng.* 39:227-237.

Banks N H, Nicholson S E (2000) Internal atmosphere composition and skin permeance to gases of pepper fruit. *Postharv. Biol. Technol.* 18:33-41.

Becker B R, B A Fricke (2004) Heat transfer coefficients for forced-air cooling and freezing of selected foods. *Internat. J. Refrig.* 27:540-551.

Brosnan T, D W Sun (2001) Precooling techniques and applications for horticultural products—a review. *Internat. J. Refrig.* 24:154-170.

Carslaw H S, J C Jaeger (1959) Conduction Heat in Solids. 2nd ed. Oxford University Press. Oxford, UK. pp:230-232.

Erkan M, M Pekmezci, C Y Wang (2005) Hot water and curing treatments reduce chilling injury and maintain post-harvest quality of ‘Valencia’ oranges. *Internat. J. Food Sci. Technol.* 40:91-96.

Holman J P (1986) Heat Transfer. McGraw-Hill Book Company Incorporation. New York. 602 p.

McAdams W H (1954) Heat Transmission. 3rd ed. McGraw Hill Company Inc. New York, USA. 552 p.

Paul R E, N J Chen (2000) Heat treatment and fruit ripening. *Postharv. Biol. Technol.* 21:21-37.

Rao M A, S S H Rizvi (1986) Engineering Properties of Foods. 1st. ed. Marcel Dekker, Inc. New York, USA. pp:49-87.

SAS Institute (1989) SAS/STAT® User’s Guide. Version 6 SAS Institute Inc., Cary, NC, USA. 943 p.

Valle-Guadarrama S, T Espinosa-Solares, C Saucedo-Veloz, C B Peña-Valdivia (2005) Oxygen diffusivity in avocado fruit tissue. *Biosyst. Eng.* 92:197-206.

Wang L, D W Sun (2002) Modelling three conventional cooling processes of cooked meat by finite element method. *Internat. J. Refrig.* 25:100-110.

Wang S, J Tang, R P Cavalieri (2001) Modeling fruit internal heating rates for hot air and hot water treatments. *Postharv. Biol. Technol.* 22:257-270.

Xu Y, D Burfoot (1999) Simulating the bulk storage of foodstuffs. *J. Food Eng.* 39:23-29.